

La compacité τ d'un édifice est représentée par le rapport du volume des sphères au volume de la maille qui les contient. C'est le taux d'occupation réel de l'espace.

Dans l'empilement ABABA...(hcp), il y a 2 sphères par maille ($Z=2$), la sphère à $Z=1/2$ est tangente aux 3 sphères intérieures (et aux 3 supérieures aussi !).

Il vient les relations :

$$AH = \frac{2}{3}a_0 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2R\sqrt{3}}{3} \quad \text{et} \quad c/2 = MH = AK = (AM^2 - AH^2)^{1/2}$$

$$\text{d'où} \quad c/2 = (4R^2 - \frac{4R^2}{3})^{1/2} = \frac{2R\sqrt{6}}{3} \quad \text{donc} \quad \boxed{c = \frac{4R\sqrt{6}}{3}}$$

$$\text{comme } a_0 = 2R, \text{ le volume de la maille est égal à : } V = a_0^2 \cdot c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4R^2 \cdot \frac{4R\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \boxed{V = 8R^3\sqrt{2}}$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{\tau = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{8R^3\sqrt{2}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{6} = 0.74}$$

