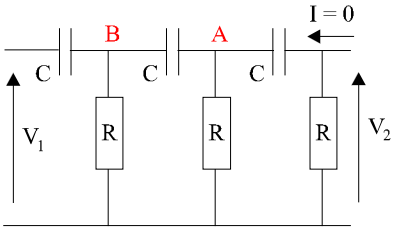
Cellules RC en cascade



Une seule cellule non chargée. C'est un passe-haut du 1e ordre qui forme un diviseur de tension idéal (DTI).

$$H = \frac{V_2}{V_1} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{jx}{1 + jx} \quad (\omega_0 = 1/RC\ ;\ x = \frac{\omega}{\omega_0})$$

Deux cellules. On applique le théorème de Millman en B :

$V_B = \dfrac{jC\omega(V_1 + V_2)}{2jC\omega + 1/R}$. Donc : $V_B(1 + 2jx) = jx(V_1 + V_2)$

La seconde cellule est un DTI et donc : $V_2 = jx.V_B/(1 + jx) = \dfrac{(jx)^2(V_1 + V_2)}{(1 + jx)(1 + 2jx)}$

On en déduit l'expression de H_2 (filtre passe-haut du *second* ordre) :

$$H_2 = \frac{V_2}{V_1} = \frac{(jx)^2}{1 + 3jx + (jx)^2}$$

La première cellule est chargée par la seconde et donc $H_2 \neq H_1^2$

Trois cellules. On peut écrire (loi des nœuds en B) :

$jC\omega(V_1 - V_B) + jC\omega(V_A - V_B) = V_B/R$

$jRC\omega(V_1 - V_B + V_A - V_B) - V_B = 0$

$jxV_1 + jxV_A = V_B(1 + 2jx)$

De même (loi des nœuds en A) : $jC\omega(V_B - V_A) + jC\omega(V_2 - V_A) = V_A/R$

$jRC\omega(V_B - V_A + V_2 - V_A) - V_A = 0$

$jxV_B + jxV_2 = V_A(1 + 2jx)$

Donc : $$\frac{(jx)^2 V_1 + (jx)^2 V_A}{1 + 2jx} + (jx)V_2 = V_A(1 + 2jx)$$

$$V_A = \frac{(jx)^2 V_1 + jx(1 + 2jx)V_2}{1 + 4jx + 3(jx)^2}$$

La dernière cellule est un DTI et donc : $(1 + jx)V_2 = (jx)V_A$

$(1 + 4jx + 3(jx)^2)(1 + jx)V_2 = (jx)^3 V_1 + (jx)^2(1 + 2jx)V_2$

On tire : $$H_3 = \frac{(jx)^3}{1 + 5(jx) + 6(jx)^2 + (jx)^3}$$ (filtre du 3e ordre)

Soit $$H = \frac{1}{\left(1 - \frac{5}{x^2}\right) + j\left(\frac{1}{x^3} - \frac{6}{x}\right)}$$