Enoncés Cours

**Exercice 14.1**

$$V_S = V_E\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 11.V_E$$

La tension de sortie est limitée par les tensions d'alimentation de l'amplificateur : il y aura écrêtage si la tension d'entrée est trop grande. Le produit gain-bande passante limite le gain aux fréquences élevées.Le courant d'entrée de l'amplificateur doit être négligeable devant le courant qui circule dans $R_2$. La valeur maximale de cette résistance est fonction du type de l'amplificateur. Pour un bipolaire, 500 kΩ est un maximum. $R_0$ sert à compenser l'effet des courants d'entrée.

**Exercice 14.2**

$$V_S = -\frac{R_2}{R_1}V_E = -10.V_E$$

**Exercice 14.3**

L'entrée + est à la masse donc $V_A = 0$. Du théorème de Millman, on tire :

$\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}+\frac{V_3}{R_3}+\frac{V_S}{R_0} = 0$. Avec les valeurs proposées, on a : $V_S = -3$ V.

**Exercice 14.4**

$V_S = (V_2 - V_1)R_2/R_1 = (V_2 - V_1)$. (voir cours page 108)

**Exercice 14.5**

$V^+ = 0$ donc $V_B = 0$. Millman appliqué en A donne : $\frac{V_S}{R_4} = V_A\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)$

Millman appliqué en B donne : $0 = \frac{V_E}{R_1}+\frac{V_A}{R_2} \quad \Rightarrow \quad V_A = -\frac{R_2}{R_1}V_E$

$V_S = -V_E\frac{R_2R_4}{R_1}\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)$. AN : G = – 402

Si $R_3$ est petite devant les autres résistances, on a : $V_S = -\frac{R_2R_4}{R_1R_3}V_E$

On peut obtenir un grand gain ($R_3$ petit) en maintenant une impédance d'entrée (égale à $R_1$) élevée. Il suffit de prendre $R_2 \approx R_1$.

**Exercice 14.6**

$V^+ = V^- = E_1$.

En utilisant le théorème de Millman, on a : $E_1 = \frac{E_2/R + V_N/R_0}{1/R + 1/R_0}$ (1)

$V_N = \frac{E_1/R_0 + V_S/R_1}{1/R_0 + 1/R_1 + 1/R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_S}{R_1} = V_N\left(\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) - \frac{E_1}{R_0}$ (2)

<u>1<sup></sup></u>

$\underline{1^e \text{ cas}}$ : $E_2 = 0$ et $E_1 = e_1$

de (1), on tire : $e_1\left(\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R}\right) = \frac{V_N}{R_0} \quad \Rightarrow \quad V_N = e_1\left(1+\frac{R_0}{R}\right)$

$$\frac{V_S}{R_1} = e_1\left(1+\frac{R_0}{R}\right)\left(\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-\frac{e_1}{R_0}$$

$$\frac{V_S}{e_1} = \left(\frac{R_1}{R}+\frac{R_0}{R}+\frac{R_1}{R_2}+\frac{R_0R_1}{RR_2}+1\right) = 363{,}5$$

2^e^ cas : $E_2 = e_2$ et $E_1 = 0$

de (1), on tire : $V_N = -e_2.R_0 / R$

$$\frac{V_S}{R_1} = -e_2\frac{R_0}{R}\left(\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) \quad\Rightarrow\quad \frac{V_S}{e_2} = -\left(\frac{R_1}{R}+\frac{R_0}{R}+\frac{R_1R_0}{RR_2}\right) = -361{,}5$$

**Exercice 14.7**

On décompose en blocs fonctionnels :

$V_A = V_2 – V_1$ (amplificateur différentiel ; exercice 14.4).

$V_B = 3.V_3$ (amplificateur non inverseur ; voir l’exercice 14.1).

Millman en C donne : $V_C = V_B = 3V_3 = \dfrac{V_A / R + V_S / 2R}{1/R + 1/2R} = \dfrac{2V_A + V_S}{3}$

$V_S = 9.V_3 – 2.V_2 + 2.V_1$

**Exercice 14.8**

$$V_A = V_2 = \frac{V_B / R + V_S / \alpha R}{1/R + 1/\alpha R} \quad\Rightarrow\quad V_S = V_2(1+\alpha) - \alpha V_B$$

$$V_C = V_1 \quad\Rightarrow\quad V_B = V_1(1+1/\alpha)$$

$V_S = (1 + \alpha)(V_2 – V_1)$

C’est un amplificateur différentiel à grande impédance d’entrée.

**Exercice 14.9**

$R_1$ sert à définir le courant de polarisation de la diode Zener. (≈ 10 mA)

$V^- = V^+ = R_3V_S/(R_2 + R_3)$ ; $V_S = V_Z + V^- = V_Z + R_3V_S/(R_2 + R_3)$

$V_S = V_Z(1 + R_2/R_3)$

On peut prendre comme Zener une diode de tension $V_Z \approx 6$ V dont le coefficient de température est petit. On obtient une référence de tension ajustable.

**Exercice 14.10**

Soient $i_1$ le courant débité par l’amplificateur opérationnel A1 dans la chaîne $R_1$-$R_4$ et $i_2$ celui débité par A2 dans $R_3$ et $R_4$.

$V_S = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4).i_1 + (R_3 + R_4).i_2$

$V_2 = (R_2 + R_3 + R_4).i_1 + (R_3 + R_4).i_2$

$V_1 = R_4.i_1 + R_4.i_2$

$V_2 – V_1 = (R_2 + R_3).i_1 + R_3.i_2$

$$V_S = (R_2+R_3)\left(1+\frac{R_1+R_4}{R_2+R_3}\right).i_1 + R_3\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right).i_2$$

Pour avoir $V_S = K(V_2 – V_1)$, il faut que : $1+\dfrac{R_1+R_4}{R_2+R_3} = 1+\dfrac{R_4}{R_3}$ soit $R_1R_3 = R_2R_4$

Si $R_1 = R_3 = R$, il faut $R_2R_4 = R^2$. On pose $R_2 = R/n$. Donc $R_4 = Rn$ et $K = 1 + n$.

Pour K = 11, n = 10.

*Autre méthode :*
On applique le théorème de Millman en A et B.
$V_1 = V_B = (V_C/R_3)/(1/R_3 + 1/R_4) \Rightarrow V_C = V_1(1 + R_3/R_4)$
$V_2 = V_A = (V_S/R_1 + V_C/R_2)/(1/R_1 + 1/R_2)$
Donc : $V_S = V_2(1 + R_1/R_2) - V_C.R_1/R_2$
$V_S = V_2(1 + R_1/R_2) - V_1(1 + R_3/R_4).R_1/R_2$
Si : $V_S = K(V_2 - V_1)$ il faut :
$(R_1 + R_2)/R_2 = \{(R_3 + R_4)/R_4\}.R_1/R_2$
Soit : $R_2.R_4 = R_1.R_3$

**Exercice 14.11**

$$I_E = \frac{V_E - V^-}{R} = \frac{V^- - V_A}{kR_1} \quad \Rightarrow \quad V_A = \left(1 + \frac{kR_1}{R}\right).V^- - \frac{kR_1}{R} V_E$$

R et $R_1$ forment un DTI donc : $V^+ = V^- = RV_S/(R + R_1)$.

$I_S = i - i_1 = V_S/(R + R_1) - (V_A - V_S)/R_1$

$$I_S = \frac{R + 2R_1}{(R + R_1)R_1} V_S - \frac{V_A}{R_1} = \frac{R + 2R_1}{(R + R_1)R_1} V_S - \left(1 + \frac{kR_1}{R}\right)\frac{V^-}{R_1} + \frac{kR_1}{RR_1} V_E$$

$$I_S = \frac{R + 2R_1 - R - kR_1}{(R + R_1)R_1} V_S + \frac{k}{R} V_E = \left(\frac{2 - k}{R + R_1}\right) V_S + \frac{k}{R} V_E$$

$$V_S = \left(\frac{k}{k - 2}\right)\left(1 + \frac{R_1}{R}\right) V_E - \frac{R + R_1}{k - 2} I_S$$

Pour k = 2, on obtient un oscillateur car $V_S \neq 0$ même si $V_E = 0$.

**Exercice 14.12**
Pour un amplificateur opérationnel idéal, on a : $V_A = V_B$.

$$V_A = \frac{V_1/R_1 + V_D/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} \quad ; \quad V_B = \frac{V_2/R_1 + V_C/R_2}{1/R_1 + 1/R_2}. \text{ Donc : } \frac{V_D - V_C}{R_2} = \frac{V_2 - V_1}{R_1}$$

$$V_C = \frac{V_D/P + V_B/R_2}{1/P + 2/R_2} \quad ; \quad V_D = \frac{V_C/P + V_A/R_2 + V_S/R_2}{1/P + 2/R_2}$$

$$V_D - V_C = \frac{V_C/P - V_D/P + V_S/R_2}{2/R_2 + 1/P} \quad \Rightarrow \quad (V_D - V_C)\left(\frac{2}{R_2} + \frac{1}{P}\right) = -\frac{V_D - V_C}{P} + \frac{V_S}{R_2}$$

$$\frac{V_S}{R_2} = (V_D - V_C)\left(\frac{2}{R_2} + \frac{2}{P}\right) = 2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{P}\right)\frac{R_2}{R_1}(V_2 - V_1)$$

$V_S = 2\left(1 + \frac{R_2}{P}\right)\frac{R_2}{R_1}(V_2 - V_1)$. C'est un amplificateur différentiel à gain ajustable.

**Exercice 14.13**
$V^+ = V_E.Z/(R + Z)$ ; $(V_S - V^-)/R = (V^- - V_E)/R$ soit : $(V_S + V_E) = 2V^-$.

L'égalité des tensions d'entrée implique : $V_S = V_E\left(\frac{2Z}{R + Z} - 1\right) = V_E \frac{Z - R}{Z + R}$

<u>1e cas</u> (Z est une résistance variable) : $V_S = V_E \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$

Le gain varie entre –1 et +1 quand Z varie entre 0 et une valeur très grande.

2^e^ cas (Z est un condensateur) : $V_S = V_E \dfrac{1-jRC\omega}{1+jRC\omega}$

La norme du gain est égale à +1. C'est un circuit déphaseur.

Donc $V_S = V_E.e^{j\psi} = V_E.e^{-j\varphi}/e^{+j\varphi}$ avec $\psi = -2\varphi$. (voir l'exercice 4.7)

Comme $tg\varphi = RC\omega \quad \Rightarrow \quad \psi = -2ArcTg\ RC\omega$

3^e^ cas

$-V_E + R.i + V^+ = 0$.

$i = dQ/dt = C.dV^+/dt$ donc : $RC.dV^+/dt + V^+ = V_E$ et $V^+ = V_E + A.e^{-t/\tau}$ .

En t = 0, $V_E = E$ et $V^+ = 0$. Par suite, $V^+ = E(1 - e^{-t/\tau})$

On a toujours $V_S + V_E = 2V^- = 2V^+$ et : $V_S = E(1 - 2.e^{-t/\tau})$

$V_S$ varie entre –E et +E.

**Exercice 14.14**

$$V^- = \frac{V_1/nR_1 + V_S/nR_2}{1/nR_1 + 1/nR_2} = \frac{V_1R_2 + V_SR_1}{R_2 + R_1}$$

Le courant i dans R est la somme des courants qui circulent dans les résistances $R_1$ et $R_2$. Donc : $i = (V_S - V^+)/R_2 + (V_2 - V^+)/R_1$

L'égalité des tensions d'entrée implique :

$$i = \frac{V_S}{R_2} + \frac{V_2}{R_1} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\frac{V_SR_1 + V_1R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{R_1}(V_2 - V_1).$$

Cas particulier : si $R_1 = R_2$ alors $\quad i = -V/R$.

**Exercice 14.15**

Les potentiels des entrées sont égaux à $e_1$ et $e_2$. Le diviseur de tension $R_1$, $R_G$, $R_2$ donne :

$(e_1 - e_2)/R_G = (e_2 - s_2)/R_2$ et $(s_1 - e_1)/R_1 = (e_1 - e_2)/R_G$

$$s_1 = e_1\left(1 + \frac{R_1}{R_G}\right) - e_2\frac{R_1}{R_G} \quad ; \quad s_2 = e_2\left(1 + \frac{R_2}{R_G}\right) - e_1\frac{R_2}{R_G}$$

$$s = s_2 - s_1 = \left(1 + \frac{R_1 + R_2}{R_G}\right)(e_2 - e_1)$$

On peut écrire : $e_1 = ½(e_1 + e_2) + ½(e_1 - e_2)$ et $e_2 = ½(e_1 + e_2) - ½(e_1 - e_2)$.

Si $S_1$ et $S_2$ sont fonction de $(e_1 + e_2)$ et de $(e_1 - e_2)$, S ne dépend que de $(e_1 - e_2)$.

Il n'y a pas de composante de mode commun.

**Exercice 14.16**

$V^+ = (V_1/R_2 + V_2/R_2)/(3/R_2) \qquad \Rightarrow \quad V^+ = (V_1 + V_2)/3$

$V^- = (V'_1/R_1 + V'_2/R_1 + V_S/R_1)/(3/R_1) \quad \Rightarrow \quad V^- = (V'_1 + V'_2 + V_S)/3$

L'égalité de $V^+$ et de $V^-$ implique : $(V_1 + V_2) = (V'_1 + V'_2 + V_S)$

$V_S = (V_1 + V_2) - (V'_1 + V'_2)$

**Exercice 14.17**

*Circuit a :*

Comme toutes les résistances sont égales (exercice 14.4), on a : $V_S = V_2 - V_1$

*Circuit b :*

On a : G = 1 et $\psi = -2ArcTg\ RC\omega$ (exercice 14.13).

*Association :*

On a donc : $V_S = V_E - V_{S0} \;\Rightarrow\; V_S = V_E\left(1 - \dfrac{1-jRC\omega}{1+jRC\omega}\right) = V_E\dfrac{2\,jRC\omega}{1+jRC\omega}$

Le gain est donc : $G = \dfrac{2RC\omega}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}}$

Aux fréquences faibles, $R^2C^2\omega^2 << 1$ et donc $G \approx 2RC\omega = 10^{-4}\omega$.

$V_S = k.\omega$. Le circuit est un fréquencemètre analogique.

Pour les fréquences élevées, le gain tend vers 2.

**Exercice 14.18**

$V_A = V_B = 0$

$V_E = i/jC\,\omega \quad V_S = -R_1.i \qquad V_S = -jR_1.C\,\omega.V_E$

De plus : $V_E - V_S = R_2.(I - i)$

La valeur du courant d'entrée est donc :

$I = i + (I - i) = jC\omega V_E + (V_E - V_S)/R_2$.

$I = jC\omega V_E + V_E/R_2 + jR_1.C\,\omega V_E/R_2$

$I = V_E.\left(\dfrac{1}{R_2} + jC\omega\left(1 + \dfrac{R_1}{R_2}\right)\right)$. L'admittance d'entrée est : $Y_E = \dfrac{1}{R_2} + jC\omega.\left(1 + \dfrac{R_1}{R_2}\right)$

Ce circuit est donc équivalent à une résistance $R_2$ en parallèle avec un condensateur dont la capacité vaut $C' = C.(1 + R_1/R_2)$.

Il permet de simuler une capacité de grande valeur.

**Exercice 14.19**

Soit $V_S$ la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel.

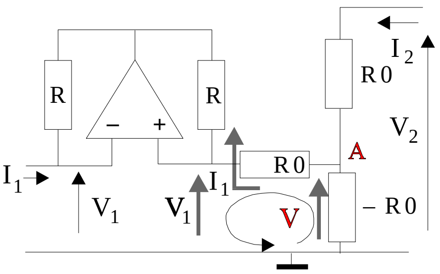
$V_S = V_2 - RI_2 = V_1 - kRI_1$. Or $V^+ = V^- = V_2 = V_1 \;\Rightarrow\; I_2 = kI_1$

$V_2 = V_1 = -Z_2I_2 = -kZ_2I_1$

L'impédance vue par l'entrée $Z_E = V_1/I_1 = -kZ_2$ est donc négative.

La saturation ne doit pas être atteinte lors du fonctionnement.

**Exercice 14.20**




D'après l'exercice 14.19, on peut remplacer le convertisseur de droite par une résistance égale à $-R_0$. (la charge $R_0$ et k = 1).

En A, on a donc :

$V = V_A = -R_0.(I_2 - I_1) = -R_0.I_2 + R_0.I_1$

mais : $V = R_0I_1 + V_1 = -R_0I_2 + V_2$

La comparaison des égalités donne : $V_1 = -R_0I_2$ et $V_2 = R_0I_1$

Par ailleurs, on a : $V_2 = -Z_2I_2 = R_0I_1 \;\Rightarrow\; I_2 = -R_0I_1/Z_2$

Donc : $V_1 = -R_0I_2 = I_1.R_0^2/Z_2$

Si $Z_2 = 1/jC\omega$, l'impédance d'entrée est donc : $Z_E = jR_0^2C\omega = jL\omega$

Le circuit est équivalent à une inductance pure de valeur :

$$\mathbf{L = R_0^2C}$$

**Exercice 14.21**

$Y = I_E/V_E$ et $I_E = I_2 - I_1 - I_0$.

$I_2 = V_E/R = -jC\omega V_2 \Rightarrow V_2 = -V_E/jRC\omega$

$I_1 = (V_2 - V_E)/R$ ; $\qquad I_0 = (V_S - V_E)jC\omega$.

$V_S = -k.V_2 = k.V_E/jRC\omega$

$$I_E = \frac{V_E}{R} + \frac{V_E}{R} - \frac{V_2}{R} + jC\omega V_E - jC\omega V_S$$

$$Y = \frac{I_E}{V_E} = \frac{2}{R} + \frac{1}{jR^2C\omega} + jC\omega - \frac{k}{R} = \frac{2-k}{R} + j.\left(C\omega - \frac{1}{R^2C\omega}\right)$$

L'admittance du circuit de droite est :

$$Y = \frac{I_E}{V_E} = \frac{1}{R_0} + j.\left(C_0\omega - \frac{1}{L_0\omega}\right)$$

En identifiant, on tire : $R_0 = R/(2 - k)$ ; $C_0 = C$ et $L_0 = R^2C$

L'admittance est nulle si k = 2 et si $\omega = 1/RC$.

Le circuit se comporte alors comme un oscillateur. Il faut prévoir un élément non linaire à la place de la résistance kR pour stabiliser le gain.

**Exercice 14.22**

On a : $i = V_E/(Z_C + R_1)$ et $I - i = (V_E - V_S)/R_2$

$V_S = V_A = R_1.i = V_E.R_1/(Z_C + R_1)$

$$I = \frac{V_E - V_S}{R_2} + \frac{V_E}{R_1 + Z_C} = \frac{V_E}{R_2} + \frac{V_E}{R_1 + Z_C} - \frac{V_E}{R_1 + Z_C}\frac{R_1}{R_2}$$

$$Y = \frac{I}{V_E} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + Z_C}\left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{1}{R_2}\left(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1 + Z_C}\right) = \frac{1}{R_2}\left(\frac{R_2 + Z_C}{R_1 + Z_C}\right)$$

$$Z = \frac{V_E}{I} = R_2\frac{R_1 + Z_C}{R_2 + Z_C} = R_2\frac{1 + jR_1C\omega}{1 + jR_2C\omega}$$

Considérons une résistance $R_S$ en série avec une inductance pure L shuntée par une résistance $R_P$. L'impédance de cet ensemble est :

$$Z = R_S + \frac{R_PZ_L}{R_P + Z_L} = \frac{R_SR_P + Z_L(R_P + R_S)}{R_P + Z_L}$$

$$Z = \frac{R_S + Z_L\left(\frac{R_P + R_S}{R_P}\right)}{1 + Z_L / R_P} = R_S\frac{1 + Z_L\left(\frac{R_P + R_S}{R_SR_P}\right)}{1 + Z_L / R_P} = R_S\frac{1 + jL\omega\left(\frac{R_P + R_S}{R_SR_P}\right)}{1 + jL\omega / R_P}$$

En identifiant, on tire : $R_S = R_2$ $\quad L = R_2C.R_P$

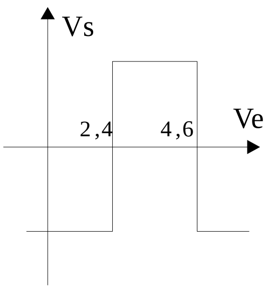
$R_1C = (R_S + R_P)C \Rightarrow R_P = R_1 - R_2$ et $L = R_2.C.(R_1 - R_2)$

**Exercice 14.23**

On a (voir le cours page 111) : $T = 2R_3C.\mathrm{Ln}\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$

AN : $T = 2.10^4.10^{-7}.\mathrm{Ln}(3) = 1{,}1$ ms.

**Exercice 14.24**




Si $V_E$ est nul, la diode du haut est conductrice donc $V^+ = V_E + 0{,}6$ V = 0,6 V.

La diode du bas est bloquée et : $V^- = E/4 = 3$ V.

La tension de sortie est alors $-V_{Sat}$.

Lorsque $V_E$ atteint 2,4 V, $V^+$ vaut 3 V. La sortie passe alors à $+V_{Sat}$.

Quand $V_E$ continue à croître, il arrive un moment (3,4 V) où la diode du haut se bloque et $V^+ = E/3 = 4$ V.

Il n'y a pas de modification en sortie. Pour $V_E = 3{,}6$ V, la diode du bas devient passante. $V^+ = 4$ V et $V^- = 3$ V. Pas de modification. Par contre quand $V_E$ atteint 4,6 V, on a : $V^+ = 4$ V et $V^- = 4$V. Le système bascule.

La sortie est à l'état haut uniquement quand les valeurs d'entrée sont dans la fenêtre définie par les valeurs de E et des résistances de polarisation.

**Exercice 14.25**

$V^+ = 0$ donc $V_A = 0$ et $V_E/R_1 = V_S/Z$ soit $V_S = - V_E.Z/R_1$

$$Z = \frac{Z_c R_2}{Z_c + R_2} = \frac{R_2}{1 + jR_2C\omega} \quad \Rightarrow \quad H = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + j\omega/\omega_C}$$

C'est un filtre passe-bas dont le gain est $R_2/R_1$ et dont la fréquence de coupure est égale à $R_2C$.

**Exercice 14.26**

$V^- = V_S.R_2/(R_1 + R_2)$. Donc $V_S = k.V^- = k.V_A$

Entre A et B, R et C forment un DTI. On a donc :

$$V_B = V_A \frac{R + Z_C}{Z_C} \Rightarrow V_B = V_S \frac{R + Z_C}{k.Z_C}. \text{ De plus } V_B = \frac{V_E/R + V_S/Z_C + V_A/R}{1/R + 1/Z_C + 1/R}$$

$$V_B\left(\frac{2}{R} + \frac{1}{Z_C}\right) = \frac{V_E}{R} + \frac{V_S}{Z_C} + \frac{V_A}{R} \quad ; \quad V_S\left(\frac{R + Z_C}{kZ_C}.\frac{R + 2Z_C}{R.Z_C}\right) = \frac{V_E}{R} + \frac{V_S}{Z_C} + \frac{V_S}{kR}$$

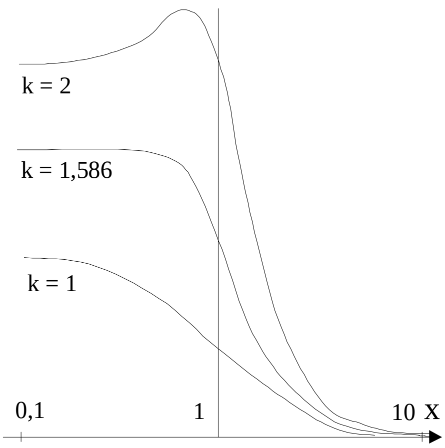
En regroupant les termes, il vient : $V_S\left(\frac{3R.Z_C + 2Z_C^2 + R^2 - kR.Z_C - Z_C^2}{kR.Z_C^2}\right) = \frac{V_E}{R}$

$$H = \frac{V_S}{V_E} = \frac{kZ_C^2}{(3-k)R.Z_C + Z_C^2 + R^2} = \frac{k}{1 - R^2C^2\omega^2 + j(3-k)RC\omega} = \frac{k}{1 - x^2 + j(3-k)x}$$

Dans le cas du suiveur, k = 1 et : $H = 1/(1 + jx)^2$.

Si on pose $X = x^2$, on tire :

$$|H|^2 = \frac{k^2}{(1-X)^2 + (3-k)^2X} = \frac{k^2}{1 + X^2 + X(k^2 + 7 - 6k)}$$




C'est un filtre passe-bas du second ordre.

En permutant les résistances R et les condensateurs, on obtient un filtre passe-haut.

La dérivée de H ne peut s'annuler que si $(k^2 - 6k + 7)$ est négatif.

Les valeurs limites de k sont :

$$k = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 28}}{2} = 3 \pm \sqrt{2}.$$

Pour k > 1,586, la dérivée de H s'annule donc H présente une partie croissante.

**Exercice 14.27**

$V^- = 0 \Rightarrow V_A = -V_S.R/Z_{C2}$

Avec Millman on obtient : $V_A\left(\frac{3}{R} + \frac{1}{Z_{C1}}\right) = \frac{V_E}{R} + \frac{V_S}{R} = -V_S\frac{R}{Z_{C2}}\left(\frac{3}{R} + \frac{1}{Z_{C1}}\right)$

$$V_E = -V_S\left[1 + \frac{3R}{Z_{C2}} + \frac{R^2}{Z_{C1}Z_{C2}}\right]; \text{ on pose : } \omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}; \quad Q = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}; \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

On en tire la fonction de transfert (filtre passe-bas du 2e ordre) :

$$H = \frac{-1}{1 + jx/Q + (jx)^2}$$

La valeur $Q = 1/\sqrt{2}$ permet d'obtenir un filtre ayant une réponse plate avant la coupure.

**Exercice 14.28**
Comme $V^+ = 0 = V^-$, on a $V_A = -V_S.R/Z_C$

$$V_A = \frac{V_E/Z_{C0} + V_S/R}{1/Z_{C0} + 3/R} \quad \Rightarrow \quad -\frac{R}{Z_C}\left(\frac{1}{Z_{C0}} + \frac{3}{R}\right)V_S = \frac{V_E}{Z_{C0}} + \frac{V_S}{R}$$

$$H = \frac{V_S}{V_E} = \frac{-1}{R/Z_C + 3Z_{C0}/Z_C + Z_{C0}/R} = \frac{-1}{jRC\omega + 3C/C_0 - 1/jRC_0\omega}$$

$RC_0\omega = x/n$ donc : $H = \dfrac{-1}{3n + j(x - n/x)} \quad \Rightarrow \quad |H| = \dfrac{1}{\sqrt{9n^2 + (x - n/x)^2}}$

Le gain est maximal pour $x^2 = n$ ; il vaut alors $-C_0/3C$. La phase vaut $\pi$.
C'est un filtre passe-bande à structure de Rauch.

**Exercice 14.29**
Avec un amplificateur opérationnel idéal, $r_2$ ne joue aucun rôle.
$V^+ = V_B = V_E.r_3/(r_1 + r_3)$.

$$V_A = \frac{V_E/R_1 + V_S/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{V_E R_2 + V_S R_1}{R_2 + R_1} = V_B = \frac{V_E r_3}{r_1 + r_3}$$

$$V_E.r_3(R_1 + R_2) = (V_E R_1 + V_S R_2)(r_1 + r_3)$$

$$V_S = V_E\frac{R_1 r_3 - R_2 r_1}{R_1(r_1 + r_3)} \quad ; \quad R_1 = R_2 \quad \Rightarrow \quad V_S = V_E\frac{r_3 - r_1}{r_1 + r_3} = V_E\frac{2r_3 - \rho}{\rho}$$

Selon la position du curseur du potentiomètre, le gain varie entre –1 et +1.

**Exercice 14.30**
$V^+ = 0$ donc $V^- = 0$ et $V_1/V_E = -R_2/R_1$ et $V_S/V_1 = -R_4/R_3$.
Soit $V_S/V_E = R_4R_2/R_3R_1 = 5$. L'état de l'interrupteur K n'influe pas sur le gain.
L'impédance d'entrée avec K ouvert est $Z_E = V_E/I_E = R_1 = 5\ k\Omega$.
Si K est fermé, on a $I_E = I_1 + I_2 = (V_E - V_S)/R + V_E/R_1$

$$I_E = V_E\left(\frac{R_1R_3 - R_2R_4}{RR_1R_3} + \frac{RR_3}{RR_1R_3}\right) \quad \Rightarrow \quad R_E = \frac{RR_1}{R + R_1 - R_2R_4/R_3}$$

La résistance d'entrée est infinie si : $R = R_2R_4/R_3 - R_1 = 4.R_1$
La résistance R de réaction amène alors un courant qui compense exactement celui qui est consommé dans $R_1$.

**Exercice 14.31**
En E, $(e_1 - V_1)/R_U = (V_1 - V_{S2})/R_U$ soit : $V_{S2} = 2V_1 - e_1$.
De même en G, on a : $V_{S1} = 2V_2 - e_2$.
Millman appliqué en F donne :

$$V_F = V_E = V_1 = \frac{V_{S1}/R + NV_{S2}/R}{(N-1)/R + 1/R + N/R} \quad \Rightarrow \quad 2NV_1 - NV_{S2} = V_{S1}$$

Avec Millman en H, on tire : $2NV_2 - NV_{S1} = V_{S2}$. On remplace $V_{S1}$, $V_{S2}$ et :

$$\left.\begin{array}{ll} Ne_1 - 2V_2 + e_2 & = 0 \\ Ne_2 - 2V_1 + e_1 & = 0 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & N \\ N & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$$

Si $e_1 = 0$ alors $V_1 = ½Ne_2$ et $V_2 = ½e_2$. E est la sortie et G l'entrée.
Si $e_2 = 0$ alors $V_1 = ½e_1$ et $V_2 = ½Ne_1$. E est l'entrée et G la sortie.

**Exercice 14.32**
a) Le courant dans $R_2$ est nul car $V^+ = V^-$.

Comme le courant d'entrée de l'amplificateur est nul, le courant dans $R_3$ est nul également et $V_S = V_A \Rightarrow V_S = V_E.R_S/(R_1 + R_S)$.
b) Le courant dans $R_2$ est nul car $V^+ = V^-$. Le courant dans $R_1$ est nul également :
$V_A = V_E \Rightarrow V_S = V_E.(R_3 + R_S)/R_S$.
Pour les deux montages, le gain est égal à 1 si $R_S = \infty$.

**Exercice 14.33**
$V^+ = V^-$ et $V^- = V_S/2$.

Le courant dans l'entrée + est nul donc : $\dfrac{V_E - V^+}{R} + \dfrac{V_S - V^+}{R} - C\dfrac{dV^+}{dt} = 0$

Comme $V^+ = V_S/2$ alors $V_E - ½RC.dV_S/dt = 0$ et $V_S(t) = \dfrac{2}{RC}\displaystyle\int V_E(t).dt$

**Exercice 14.34**

$V_A = V_1 = \dfrac{V_C/R_1 + V_B/R}{2/R_1 + 1/R}$ soit : $\dfrac{V_C}{R_1} = V_1\left(\dfrac{2}{R_1} + \dfrac{1}{R}\right) - \dfrac{V_B}{R}$

et $V_B = V_2 = \dfrac{V_C/R_1 + V_S/R_1 + V_A/R}{2/R_1 + 1/R}$. Donc : $\dfrac{V_S}{R_1} = \left(\dfrac{2}{R} + \dfrac{2}{R_1}\right)(V_2 - V_1)$

et $V_S = 2\left(1 + \dfrac{R_1}{R}\right)(V_2 - V_1)$

**Exercice 14.35**

Soit Z l'impédance équivalente à L, C et $R_0$ en parallèle : $\dfrac{1}{Z} = \dfrac{1}{R_0} + \dfrac{1}{jL\omega} + jC\omega$

On a : $V^- = V_S R_1/(R_1 + R_2)$ et $V^+ = V_S Z/(R + Z)$. De l'égalité des tensions d'entrées (condition minimale d'oscillation), on tire : $R.R_1 = Z.R_2$
Soit : $jR_1RL\omega + R_0R_1R(1 - LC\omega^2) = jLR_0R_2\omega$

On tire : $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ et $R_1R = R_0R_2$ soit $R_1(P - R_0) = R_0R_2$

Il faut donc que : $R_0 > \dfrac{R_1 P}{R_1 + R_2}$

AN : f = 10,7 kHz et $R_0 > 475\ \Omega$

**Exercice 14.36**
Avec des amplificateurs idéaux, on a $V_C = V_E = V_D = V$
En utilisant le théorème de Millman, on a : $V_D = V = V_BY_4/(Y_4 + Y_C)$
Soit : $V_B = V(Y_4 + Y_C)/Y_4$
De même : $V_E = V = (V_AY_2 + V_BY_3)/(Y_2 + Y_3)$
En remplaçant $V_B$ par sa valeur, on tire : $V_AY_2 = VY_2 + VY_3 - V(Y_4 + Y_C)Y_3/Y_4$
$V_A = V - V.Y_C.Y_3/Y_2.Y_4$
Le courant d'entrée du montage est : $I = (V - V_A).Y_1$

$$I = Y_1\left(V - V + \frac{V.Y_3Y_C}{Y_2Y_4}\right) \Rightarrow Y = \frac{Y_1Y_3Y_C}{Y_2Y_4}$$

Si $Z_4$ est un condensateur et les autres impédances des résistances pures alors l'impédance du montage est une inductance de valeur $L = R_2C_4/R_1R_3R_C$ .

Enoncés

Retour au menu