

Filtres passifs

1 – Les diagrammes de Bode

1.1 – Fonction de transfert

De nombreux circuits électriques peuvent être représentés par des quadripôles. Une caractéristique importante d'un quadripôle est sa réponse en fréquence. Un circuit dont la réponse en fonction de la fréquence n'est pas constante est un **filtre**. En régime sinusoïdal, on le caractérise par sa *fonction de transfert* complexe qui est le quotient de la tension de sortie v_S^* par la tension d'entrée v_E^* :

$$H^*(j\omega) = v_S^* / v_E^* \qquad H^*(j\omega) = G(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

G est la norme du gain en tension : $G(\omega) = |v_S| / |v_E|$

φ est le déphasage : $\varphi(\omega) = \text{Arg}(v_S^*) - \text{Arg}(v_E^*)$

Un *filtre passif réel* dissipe toujours de l'énergie et la puissance disponible à la sortie est toujours inférieure à la puissance appliquée à l'entrée.

1.2 – Décibels

En acoustique physiologique, on constate que la sensation est proportionnelle au logarithme de la pression acoustique. Ceci a conduit à la définition d'échelles logarithmiques pour la mesure des gains. Les gains en *décibels* sont définis par :

□ Gain en tension : $G(\omega)_{dB} = 20 \cdot \text{Log}_{10}(G(\omega))$.

□ Gain en puissance : $P(\omega)_{dB} = 10 \cdot \text{Log}_{10}(P(\omega))$.

VALEURS REMARQUABLES :

Soit G un gain en puissance égal à **2**. Le gain G' correspondant en décibels est :

$$G' = 10 \cdot \text{Log}_{10}(2) = 3,01 \text{ dB} \approx 3 \text{ dB}.$$

$$\text{Si } G = 4, \qquad G' = 6,02 \text{ dB} \approx 6 \text{ dB}.$$

$$\text{Si } G = \frac{1}{2}, \qquad G' = -3 \text{ dB}$$

Une multiplication du gain par 2 correspond à une augmentation de 3 dB.

Une division du gain par 2 correspond à une diminution de 3 dB.

Soit G un gain en puissance égal à **10**. $G' = 10 \cdot \text{Log}_{10}(10) = 10 \text{ dB}$.

$$\text{Si } G = 10^6, \qquad G' = 60 \text{ dB}.$$

$$\text{Si } G = 10^{-3}, \qquad G' = -30 \text{ dB}...$$

Pour les *tensions*, une multiplication du gain par 2 correspond à + 6 dB.

INTERET :

♦ Les gains en tension sont souvent très petits et l'utilisation des décibels permet de manipuler des nombres plus grands.

♦ Soient deux étages en cascade de gains $G_1 = P_1/P_0$ et $G_2 = P_2/P_1$; le gain total $G = P_2/P_0$ est donc égal au produit $G_1 \cdot G_2$ des gains des étages. Si les gains sont exprimés en décibels, le gain total est la somme des gains :

$$G' = G'_1 + G'_2$$

1.3 – Fréquence de coupure

On définit la *fréquence de coupure* ω_C d'un système comme étant celle pour laquelle le gain maximum en tension est divisé par $\sqrt{2}$.

$$G(\omega_C) = G_{\text{Max}} / \sqrt{2}$$

Or $\text{Log}(\sqrt{2}) = 0,1505 \approx 3/20$. On peut donc aussi définir la fréquence de coupure comme la fréquence qui correspond à une diminution de 3 dB du gain maximum.

$$G'(\omega_C) = G'_{\text{Max}} - 3 \text{ dB}$$

1.4 – Diagrammes de Bode

La gamme des fréquences appliquées aux montages électriques étant très large, lors du tracé des fonctions de transfert, on utilise une échelle logarithmique pour l'axe des fréquences. Soit f_0 une fréquence caractéristique d'un système (par exemple une fréquence de coupure). Les diagrammes de **Bode** de ce système sont les courbes du **gain** (en dB) et de la **phase** de la fonction de transfert, en fonction de $\text{Log}(f/f_0) = \text{Log}(\omega/\omega_0)$.

La représentation de Bode utilise donc pour les abscisses une échelle logarithmique en coordonnées réduites et pour les ordonnées une échelle en décibels.

Le tracé rigoureux d'une fonction de transfert est souvent une opération fastidieuse et dans de nombreux cas une représentation approximative est suffisante. Les courbes sont en général tracées sous leur forme *asymptotique*.

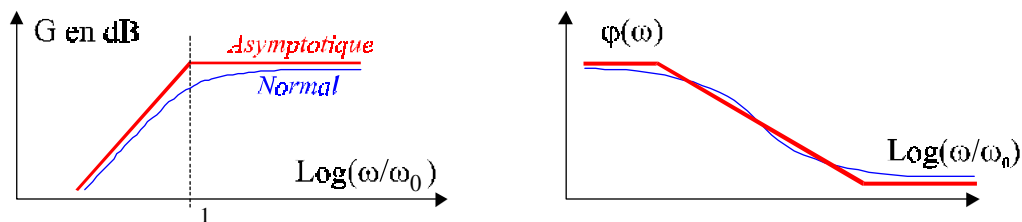


Fig. 1

Les diagrammes de Bode présentent également un autre intérêt. Partant d'une fonction de transfert donnée, on la modifie pour l'écrire sous la forme du produit $H(j\omega) = A.H_1(j\omega).H_2(j\omega)...$ dans lequel A est une constante et $H_1(j\omega)$, $H_2(j\omega)$ des fonctions simples dont le graphe de Bode est connu. Les expressions du gain et de la phase deviennent :

$$G_{\text{(dB)}} = \text{Log}(A) + G_{1\text{(dB)}} + G_{2\text{(dB)}} + \dots$$

$$\varphi = \varphi_A + \varphi_1 + \varphi_2 + \dots$$

Le terme général étant la somme des termes de la décomposition, il suffit pour obtenir le graphe du système étudié d'effectuer la somme des divers graphes qui correspondent à ces termes. Comme dans beaucoup de cas, il est possible de décomposer la fonction de transfert du système en un produit de fonctions de transfert du premier ordre, nous allons examiner celles-ci en détail.

2 – Fonctions de transfert du premier ordre

2.1 – Filtres élémentaires

– *Filtres passe-bas*

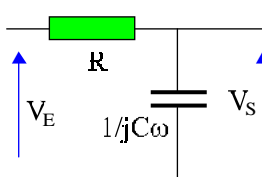


Fig. 2

Pour le circuit non chargé, la résistance et le condensateur se comportent comme un diviseur de tension idéal et :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

On pose $\omega_C = 1/RC$ et $x = \omega/\omega_C$.

La fonction de transfert du quadripôle devient :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + j(\omega/\omega_c)} = \frac{1}{1 + jx}$$

On retrouve rapidement ce résultat en remarquant que pour une fréquence nulle le condensateur a une impédance infinie : le gain vaut 1. Pour une fréquence infinie, son impédance est nulle : le gain vaut 0.

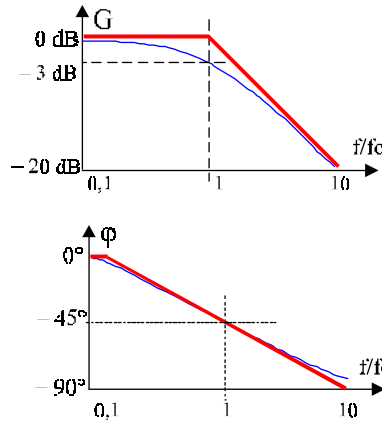


Fig 3

$$G = \left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}. \text{ Si } x = 1 \text{ alors } G = 1/\sqrt{2}$$

$f_c = 1/2\pi RC$ est donc la fréquence de coupure de ce circuit qui atténue les hautes fréquences.

$$\phi = -\text{ArcTg}(x). \text{ Si } x = 1 \text{ alors } \phi = -45^\circ$$

$$\text{Pour } x = 0,1, \phi = -6^\circ$$

$$\text{Pour } x = 10, \phi = -84^\circ$$

Pour le diagramme asymptotique, on considère que la phase varie de 0 à -90° sur deux décades.

En remplaçant la résistance par une inductance L, le condensateur par une résistance et en posant $\omega_c = R/L$, on obtient la même fonction de transfert.

– *Filtres passe-haut*

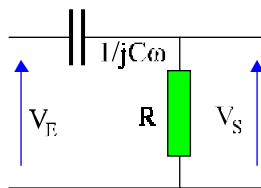


Fig 4

Pour le circuit non chargé, on a :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

On pose $\omega_c = 1/RC$ et $x = \omega/\omega_c$.

La fonction de transfert devient :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{j(\omega/\omega_c)}{1 + j(\omega/\omega_c)} = \frac{jx}{1 + jx} = \frac{1}{1 - j/x}$$

En remplaçant la résistance par une inductance L, le condensateur par une résistance R et en posant $\omega_c = R/L$, on obtient la même fonction de transfert.

On obtient cette fois un filtre qui atténue les basses fréquences. A fréquence nulle l'impédance du condensateur est infinie : le gain est nul. Il est égal à 1 pour une fréquence infinie.

2.2 – Fonctions de transfert du premier ordre

Un système est dit du premier ordre si sa fonction de transfert ne contient que des constantes et la première puissance de ω . Pour caractériser l'axe des fréquences, on utilise soit la décade soit l'octave.

Une **décade** correspond à une multiplication de la fréquence par 10.

Une **octave** correspond à un doublement de la fréquence.

– *Rampe*

C'est la plus simple des fonctions de transfert du premier :

$$H(j\omega) = j\omega/\omega_c \Rightarrow G = \omega/\omega_c \text{ et } \phi = \pi/2.$$

Son diagramme de Bode est une droite dont la pente est 20 dB par décade.

En effet si $\omega \Rightarrow 10\omega$ alors $G_{10\omega} = G_\omega + 20 \text{ dB}$.

Cette pente vaut aussi 6 dB par octave ($G_{2\omega} = G_\omega + 6 \text{ dB}$).

– Filtre passe-bas

Si $x = \omega/\omega_c$ la fonction de transfert est :

$$H(j\omega) = H(jx) = \frac{1}{1 + jx}$$

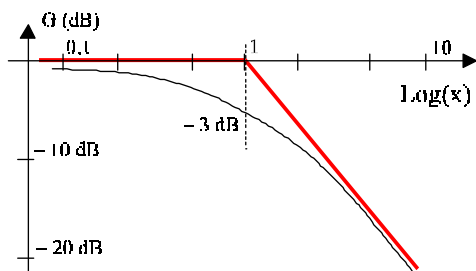


Fig 5

Pour $x \ll 1 \Rightarrow G(x) = 1$.

Pour $x \gg 1 \Rightarrow G(x) = 1/x$.

Le diagramme asymptotique se limite à deux droites de pentes 0 et -20 dB par décade.

La phase varie de 0 pour $x = 0,1$ à -90° pour $x = 10$. Elle est égale à -45° pour la fréquence de coupure.

– Filtre passe-haut

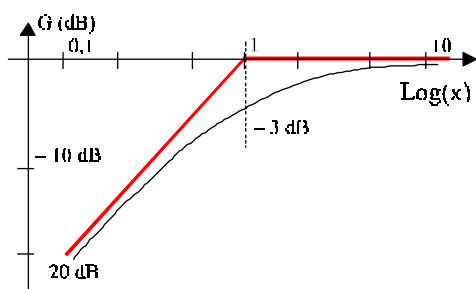


Fig 6

En posant $x = \omega/\omega_c$, la fonction de transfert s'écrit :

$$H(j\omega) = H(jx) = \frac{jx}{1 + jx} = \frac{1}{1 - j/x}$$

Pour $x \ll 1 \Rightarrow G(x) = x$

Pour $x \gg 1 \Rightarrow G(x) = 1$.

Le diagramme asymptotique se limite à deux droites de pentes 0 et +20 dB par décade. La phase varie de 90° pour $x = 0,1$ à 0 pour $x = 10$. Elle est égale à 45° pour la fréquence de coupure.

3 – Fonctions de transfert du second ordre

Pour les systèmes du second ordre, la fonction de transfert contient des termes en ω^2 . On trouve trois fonctions fondamentales :

– La fonction passe-bas : $H_b(j\omega) = A \frac{1}{1 + jx/Q + (jx)^2}$

– La fonction passe-haut : $H_h(j\omega) = A \frac{(jx)^2}{1 + jx/Q + (jx)^2}$

– La fonction passe-bande : $H_B(j\omega) = A \frac{jx/Q}{1 + jx/Q + (jx)^2}$

Q est le coefficient de surtension et $x = \omega/\omega_0$ avec ω_0 la pulsation propre.

Un phénomène de résonance apparaît, d'autant plus marqué que Q est grand et les courbes de gain peuvent s'écarter sensiblement des formes asymptotiques au voisinage de $\omega = \omega_0$. Ainsi pour le filtre passe-bas (Fig 7), la forme asymptotique n'est utilisable que pour les valeurs de Q inférieures à 0,5. Dans ce cas, on a :

pour $x \ll 1$, $G_{(x)} \approx A$ (0 dB si $A = 1$)

pour $x \gg 1$, $G_{(x)} \approx -A/x^2$ (pente de -40dB/décade).

La phase vaut -90° pour $x = 1$ et varie de 0° pour $x = 0$ à -180° pour x infini.

Pour les amortissements très forts, $H(j\omega)$ peut se décomposer en un produit de fonctions de transfert du premier ordre. Le système se comporte comme une cascade de cellules du premier ordre ayant des fréquences de coupures différentes.

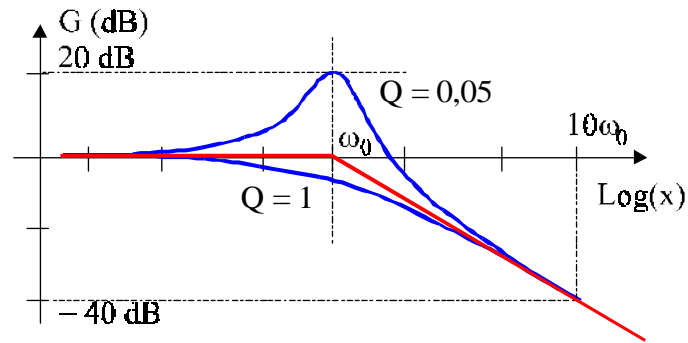


Fig 7

La courbe de réponse du filtre passe-haut est symétrique de la courbe du passe-bas par rapport à la droite $x = 1$. A titre d'exercice, tracer la courbe asymptotique du gain pour un filtre passe-bande du second ordre quand Q est petit et vérifier que les asymptotes ont des pentes de $+20$ dB et -20 dB.

Filtre passe-bande à bande large

Pour de nombreux systèmes, la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme :

$$H_{(j\omega)} = A \frac{j\omega}{\omega_m + j\omega} \cdot \frac{\omega_M}{\omega_M + j\omega}$$

$$H_{(j\omega)} = A \frac{j\omega/\omega_m}{1 + j\omega/\omega_m} \cdot \frac{1}{1 + j\omega/\omega_M}$$

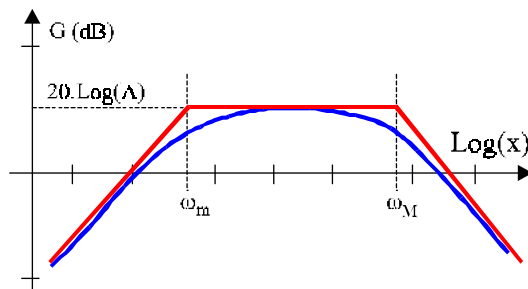


Fig. 8

La fonction de transfert est le produit de trois fonctions.

- Le gain moyen A (constant).
- Un passe-haut (coupure ω_m).
- Un passe-bas (coupure ω_M).

La bande passante est donc : $\omega_M - \omega_m$

Le diagramme asymptotique est construit par addition de trois droites de pentes $+20$ dB par décade, 0 et -20 dB par décade. La partie horizontale du diagramme correspond au gain moyen qui vaut $20.\text{Log}(A)$.

Si la fréquence de coupure haute ω_M est beaucoup plus grande que la fréquence de coupure basse ω_m alors la bande passante est égale à ω_M .

4 – Méthodes d'études des filtres

4.1 – Méthode générale

Un certain nombre de filtres peuvent se décomposer en **quadripôles élémentaires mis en cascade** : il est alors possible de calculer la matrice de transfert (T) du filtre et d'en déduire la fonction de transfert. Pour les quadripôles passifs, on a $\Delta(T) = 1$. La fonction de transfert du filtre chargé par l'impédance Z_U est alors donnée par :

$$H = \frac{Z_U}{Z_U \cdot T_{22} + T_{12}}$$

Si $Z_U = \infty$ (quadripôle non chargé) alors : $H = 1 / T_{22}$.

Si cette méthode est particulièrement bien adaptée au calcul numérique des filtres, elle est souvent très lourde à mettre en œuvre pour la détermination de la forme littérale de la fonction de transfert et on préfère souvent utiliser les méthodes utilisées pour l'étude des réseaux.

4.2 – Exemple : filtres en treillis

On va montrer que ces deux structures de filtres sont équivalentes en calculant leurs matrices impédances.

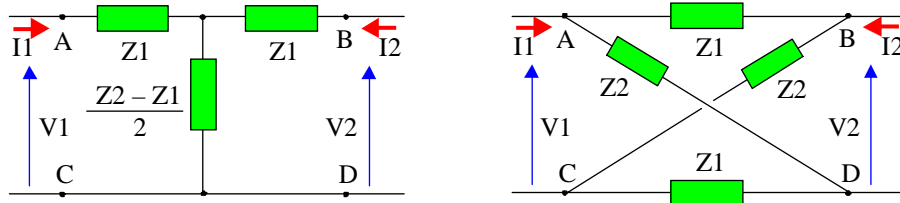


fig 9

Circuit en T :

Le courant qui circule dans l'impédance $\frac{1}{2}(Z_2 - Z_1)$ est $I_1 + I_2$.

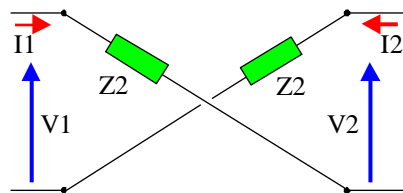
Dans le circuit d'entrée, on a : $V_1 = Z_1 I_1 + \frac{1}{2}(Z_2 - Z_1) \cdot (I_1 + I_2)$

Dans le circuit de sortie, on a : $V_2 = Z_1 I_2 + \frac{1}{2}(Z_2 - Z_1) \cdot (I_1 + I_2)$

$$\text{On tire : } [Z] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 - Z_1 \\ Z_2 - Z_1 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}$$

Treillis

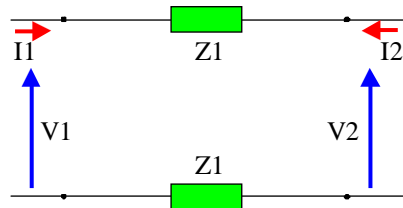
1^{er} méthode.



Pour ce quadripôle $I_1 = I_2$ et $-V_1 + Z_2 \cdot I_1 - V_2 + Z_2 \cdot I_1 = 0$

Soit $I_1 = (V_1 + V_2)/2Z_2$.

$$\text{Et donc : } \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2Z_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$



Pour le second quadripôle, on a :

$I_1 = -I_2$ et $-V_1 + Z_1 \cdot I_1 + V_2 + Z_1 \cdot I_1 = 0$

L'expression de sa matrice admittance est :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2Z_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

fig 10

En reliant les deux quadripôles en parallèle, on obtient le treillis. La matrice admittance du treillis est donc égale à la somme des matrices admittances des deux quadripôles associés soit :

$$[Y] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} & \frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_1} \\ \frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_1} & \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix} \Rightarrow [Z] = [Y]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 - Z_1 \\ Z_2 - Z_1 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}$$

Vérifier que l'expression de la matrice de transfert est : $[T] = \frac{1}{Z_{12}} \begin{bmatrix} Z_{22} & \Delta Z \\ 1 & Z_{11} \end{bmatrix}$

On peut voir sur cet exemple que la méthode matricielle est lourde à utiliser.

2^e méthode.

On redessine le treillis sous la forme d'un pont.

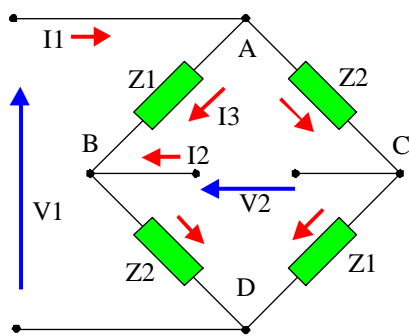


fig 11

Si I_3 est le courant entre A et B, le courant entre A et C est $(I_1 - I_3)$, le courant entre C et D est $(I_1 - I_3 - I_2)$.
 Entre B et D le courant est $I_3 + I_2$.
 La ddp entre A et D s'écrit :
 (en passant par C) $V_1 = Z_2 \cdot (I_1 - I_3) + Z_1 \cdot (I_1 - I_3 - I_2)$
 (en passant par B) $V_1 = Z_1 \cdot I_3 + Z_2 \cdot (I_3 + I_2)$
 On tire : $2 \cdot I_3 = I_1 - I_2$
 Et : $V_1 = \frac{1}{2}(Z_1 + Z_2) \cdot I_1 + \frac{1}{2}(Z_2 - Z_1) \cdot I_2$
 $V_2 = V_B - V_C = (V_B - V_A) + (V_A - V_C) =$
 $-Z_1 \cdot I_3 + Z_2 \cdot (I_1 - I_3)$

$$V_2 = -\frac{1}{2} \cdot Z_1 \cdot (I_1 - I_2) + \frac{1}{2} \cdot Z_2 \cdot (I_1 + I_2) \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2} \cdot (Z_2 - Z_1) \cdot I_1 + \frac{1}{2} \cdot (Z_1 + Z_2) \cdot I_2$$

Les deux quadripôles ayant la même matrice impédance sont équivalents.

4.3 – Filtres en T

L'application de la méthode générale donne ici :

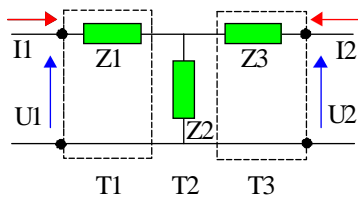


Fig. 12

$$[T_1] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [T_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T_{Eq}] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_3}{Z_2} & Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2} \\ \frac{1}{Z_2} & 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \end{bmatrix}$$

Il faut noter que pour un filtre en T non chargé, la valeur et la nature de Z_3 est sans effet.

Si Z_1 et Z_3 sont des condensateurs et Z_2 une résistance, le filtre est un passe-haut.

Si Z_1 et Z_3 sont des résistances et Z_2 un condensateur, le filtre est un passe-bas.

[Cliquer ici](#) pour accéder au programme de visualisation des fonction de transfert.

4.4 – Filtres en Pi

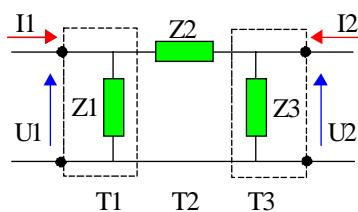


Fig. 13

$$[T_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \quad [T_2] = \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T_{Eq}] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_2}{Z_1} & Z_2 \\ \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_1} + \frac{Z_2}{Z_1 Z_3} & 1 + \frac{Z_2}{Z_3} \end{bmatrix}$$

Remarques :

- Le théorème de Kennelly permet de transformer le circuit en T (étoile) en Pi (triangle) et réciproquement.
- Si Z_1 est infinie, on obtient un **filtre en L**.

Vérifier que la matrice de transfert d'un filtre en L est égale à : $[T_{Eq}] = \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 + \frac{Z_2}{Z_3} \end{bmatrix}$

4.5 – Filtres en double L

On associe en cascade deux cellules du premier ordre :

- deux passe-bas : on obtient un passe-bas du second ordre.
- deux passe-haut : on obtient un passe-haut du second ordre.

– un passe-bas et un passe-haut : on obtient un passe-bande. Dans ce cas montrer que l'ordre des deux filtres n'est pas indifférent.

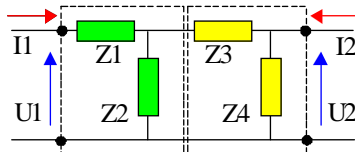


Fig. 14

Vérifier que pour le double L, la matrice de transfert est :

$$[T_{Eq}] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_3}{Z_2} & Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2} \\ \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_2 Z_4} & \frac{Z_1}{Z_4} + \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) \left(1 + \frac{Z_3}{Z_4}\right) \end{bmatrix}$$

Il est souvent plus simple de faire le calcul direct de la fonction de transfert.

Etudier pour des filtres non chargés les cas suivants :

$Z_1 = R, Z_2 = C_1, Z_3 = C_2, Z_4 = R.$

$Z_1 = C_1, Z_2 = R, Z_3 = R, Z_4 = C_2.$

Envisager les deux cas si $C_1 = C_2, C_1 \gg C_2$ et $C_1 \ll C_2.$

[Cliquer ici](#) pour accéder au programme de visualisation des fonction de transfert.

On peut aussi envisager de mettre en cascade $N = 2, 3, \dots$ cellules en L identiques. On obtient alors des filtres d'ordre N .

Par exemple on considère N cellules passe-bas identiques du premier ordre en cascade. On pose $x = RC\omega$. La fonction de transfert de chaque cellule est $H = 1/(1 + jx)$. La fonction de transfert total est $H_N = 1/(1 + jx)^N$. On en déduit que $G^2 = 1/(1 + x^2)^N$. La fréquence de coupure de l'ensemble se produit pour $x = \sqrt{2^{1/N} - 1}$.

4.6 – Filtres en T ponté

Avec le théorème de Kennelly, on peut transformer le triangle Z_1, Z_3, Z_4 en étoile (fig 15-b) En posant $Z_0 = Z_1 + Z_2 + Z_4$, on trouve :

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_4}{Z_0} \quad Z_B = \frac{Z_3 Z_4}{Z_0} \quad Z_C = \frac{Z_1 Z_3}{Z_0}$$

On peut aussi transformer l'étoile Z_1, Z_2, Z_3 en triangle (fig 15-c).

On retrouve soit la configuration en T soit celle en Pi.

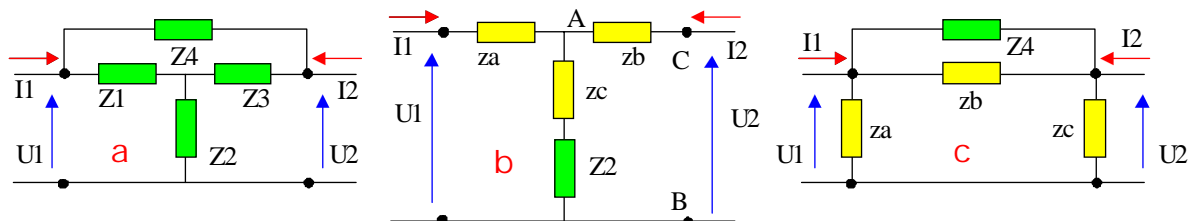


Fig. 15

Montrer que la configuration ou que Z_4 est une inductance (L, r) ; Z_1 et Z_3 sont des condensateurs et Z_2 est une résistance donne un filtre coupe bande. (faire l'étude pour le filtre non chargé).

On considère le filtre de la figure 15-b chargé par une impédance Z_U . Pour calculer le gain en tension, on peut utiliser le théorème de Thévenin. Pour obtenir la fem du générateur, on

déconnecte Z_U . On tire : $E_{Th} = U_1 \frac{Z_2 + Z_C}{Z_A + Z_2 + Z_C}$. L'impédance du générateur est donnée

par : $Z_{Th} = Z_B + \frac{Z_A \cdot (Z_2 + Z_C)}{Z_A + Z_2 + Z_C}$. La tension de sortie est donc : $U_2 = E_{Th} \frac{Z_U}{Z_U + Z_{Th}}$

4.7 – Filtres en double T ponté

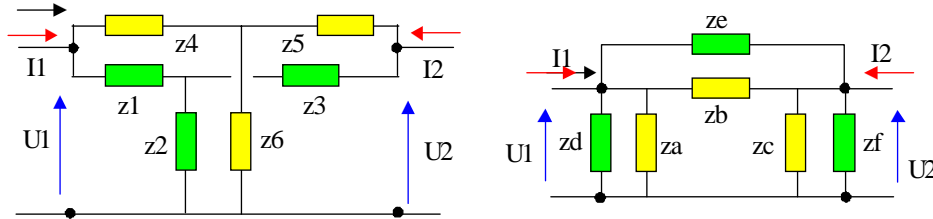


Fig. 16

Avec le théorème de Kennelly, on peut transformer l'étoile Z_1, Z_2, Z_3 en un triangle Z_D, Z_E, Z_F puis transformer l'étoile Z_4, Z_5, Z_6 en un triangle Z_A, Z_B, Z_C . En remplaçant les paires $Z_A-Z_D, Z_B-Z_E, Z_C-Z_F$ par les impédances équivalentes, on obtient finalement un Pi simple.

4.8 – Filtres de structure Hartley-Colpitts

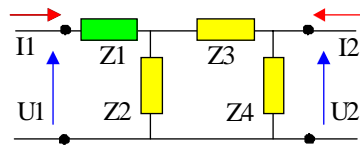


Fig. 17

Dans les deux cas Z_1 est une résistance.

Pour le filtre de Colpitts, Z_2 est une inductance L , Z_3 et Z_4 deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 .

On pose :

$$C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2), K = C / C_2, \omega_0 = 1 / LC, Q = RC\omega_0.$$

$$\text{Vérifier que : } H = \frac{K}{1 + jQ(\omega / \omega_0 - \omega_0 / \omega)}$$

Pour le filtre de Hartley, Z_2 est une capacité C , Z_3 et Z_4 deux inductances L_1 et L_2 .

On pose :

$L = L_1 + L_2, K = L_2 / L, \omega_0 = 1 / LC, Q = RC\omega_0$. Vérifier que l'expression de la fonction de transfert est identique à celle du filtre de Colpitts.

4.9 – Filtre de structure Wien

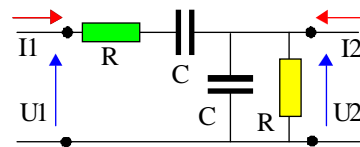


Fig. 18

On pose : $x = RC\omega$. Montrer que la fonction de transfert est :

$$H = \frac{jx}{1 + 3jx - x^2} = \frac{jx}{(1 + jk_1x)(1 + jk_2x)}$$

on a : $k_1 k_2 = 1 = P$ et $k_1 + k_2 = 3 = S$.

k_1 et k_2 sont solution de l'équation $u^2 - Su + P = 0$.

On tire : $k_1 = 1/2(3 + \sqrt{5}), k_2 = 1/2(3 - \sqrt{5})$

On peut décomposer la fonction de transfert de ce filtre (passe-bande du second ordre) comme le produit d'une fonction passe-bas $1/(1 + jk_1x)$ par une fonction passe-haut $jx/(1 + jk_2x)$. Les fréquences de coupures basse et haute sont données par $1/k_1RC$ et $1/k_2RC$.

[Cliquer ici](#) pour accéder au programme de visualisation des fonction de transfert.

[Retour au menu](#) ↗